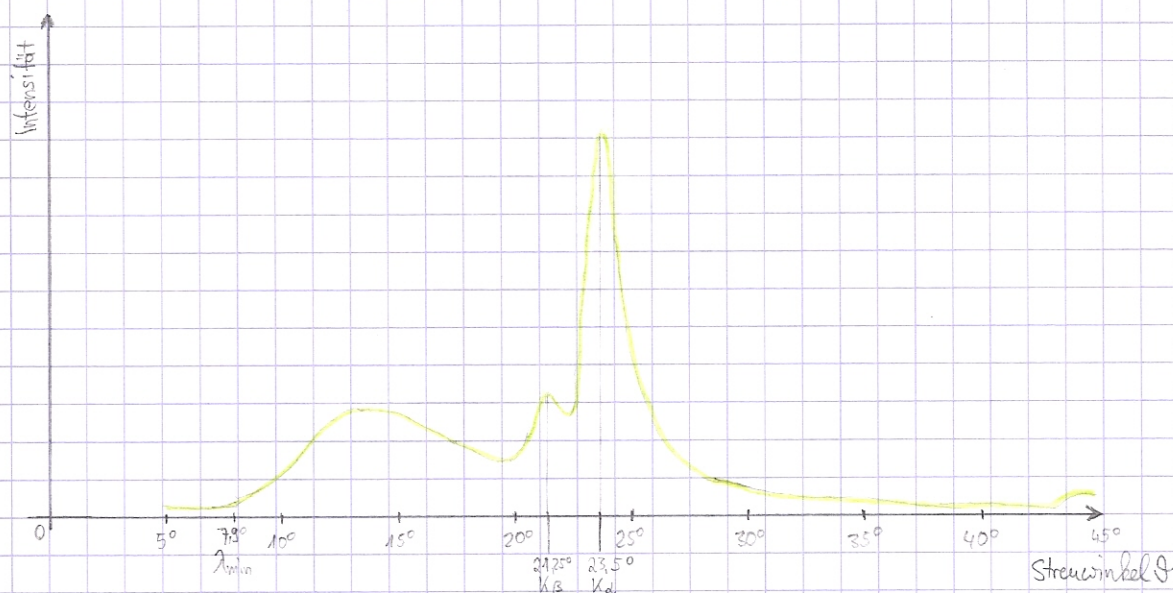


D11 - Röntgenstrahlen

3 Skizze vom Spektrum: (25 kV, Cu-Anode, LiF-Kristall 201 pm)



Messwerte: $K_\alpha: \theta = 23,5^\circ$
 $K_\beta: \theta = 21,25^\circ$

Formeln & Konstanten:

$$E = \frac{n \cdot h \cdot c}{2d \cdot \sin(\theta)}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Auswertung:

$$K_\alpha: E_\alpha = \frac{1 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(23,5^\circ)} = 1,2408 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Diesen Wert in Elektronenvolt umrechnen:

$$E_\alpha = \frac{1,2408 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = \frac{1,2408 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \underline{\underline{7744,44 \text{ eV}}}$$

Der Literaturwert der K_α -Übergangs (Abb. 3, Niveauschema auf Aufgabenblatt) liegt bei 8028 eV, die Differenz beträgt $\approx 284 \text{ eV}$ ($\approx 3,5\%$).

K_{β} :

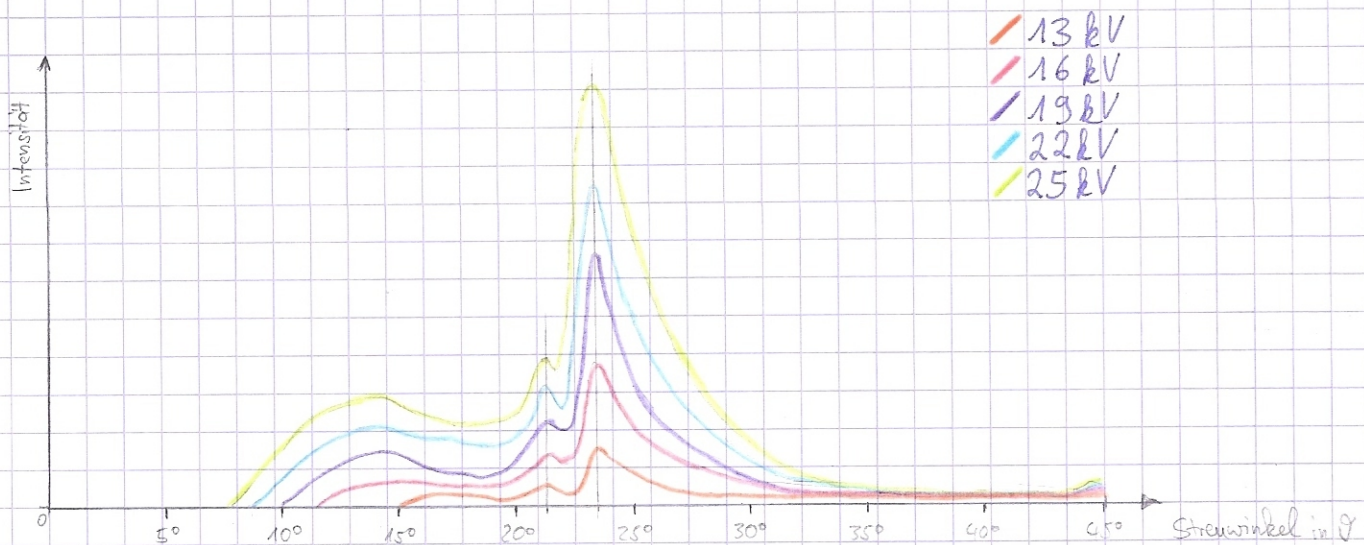
$$E_{\beta} = \frac{1 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(21,25^{\circ})} = 1,365 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

Diesen Wert in Elektronenvolt umrechnen:

$$E_{\beta} = \frac{1,365 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = \frac{1,365 \cdot 10^{-15} \text{ J}}{1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = \underline{\underline{8519 \text{ eV}}}$$

Der Literaturwert des K_{β} -Übergangs liegt bei 8905 eV, die Differenz beträgt $\sim 386 \text{ eV}$ ($\sim 4,3\%$)

4 Skizze der Spektren:



Man kann an der Skizze erkennen, dass die K_{α} - und K_{β} -Übergänge Spannungsunabhängig sind, d.h. bei jeder Spannung U treten sie beim gleichen Winkel ϑ auf.

Spannungsabhängig hingegen sind die Peak-Höhen (also die Intensität) der K -Übergänge. Weiter ist auch die Grenzwellenlänge $\lambda_{\min}$ Spannungsabhängig, je niedriger die Spannung, desto höher ist die Grenzwellenlänge.

Messwerte:

$\lambda_{\min}$ bei 13 kV beim Winkel $\theta = 14,95^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 16 kV beim Winkel $\theta = 11,7^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 19 kV beim Winkel $\theta = 9,99^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 22 kV beim Winkel $\theta = 8,65^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 25 kV beim Winkel $\theta = 7,9^\circ$

Formeln & Konstanten:

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$$

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda}$$

$$h = \frac{U_a \cdot e}{f_{\max}}$$

Auswertung:

$$\lambda_{\min, 13 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 13000 \text{ V}} = 9,54 \cdot 10^{-11} \text{ m} (95,4 \text{ pm})$$

$$f_{\max, 13 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{9,54 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{3,14 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

$$\lambda_{\min, 16 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 16000 \text{ V}} = 7,75 \cdot 10^{-11} \text{ m} (77,5 \text{ pm})$$

$$f_{\max, 16 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{7,75 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{3,87 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

$$\lambda_{\min, 19 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 19000 \text{ V}} = 6,53 \cdot 10^{-11} \text{ m} (65,3 \text{ pm})$$

$$f_{\max, 19 \text{ kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6,53 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{4,59 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

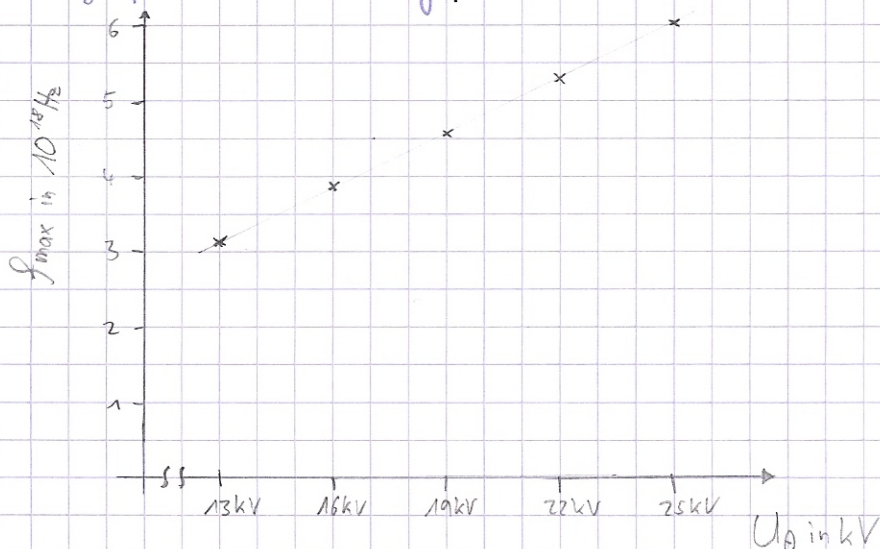
$$\lambda_{\min, 22\text{kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 22000 \text{ V}} = 5,64 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (56,4 \text{ pm})$$

$$f_{\max, 22\text{kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5,64 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{5,32 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

$$\lambda_{\min, 25\text{kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 25000 \text{ V}} = 4,96 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad (49,6 \text{ pm})$$

$$f_{\max, 25\text{kV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{4,96 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{6,04 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

Graphische Darstellung $f_{\max} = f_{\max}(U_A)$



Aus der Steigung der Geraden ($\frac{4,17 \cdot 10^{15}}{2,41 \cdot 10^{14}}$) kann nun mit $\frac{f_{\max}}{U_A \cdot e} = \frac{1}{h}$ die Planck'sche Konstante „ h “ bestimmt werden.

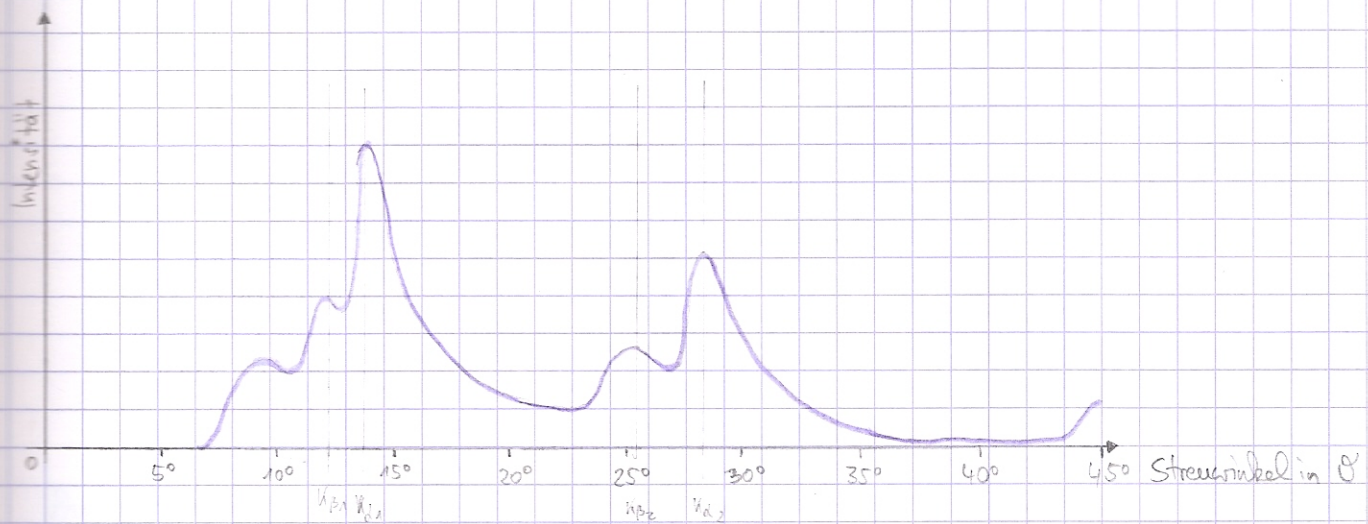
$$h = \left(\frac{4,17 \cdot 10^{15}}{2,41 \cdot 10^{14}} \right) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js}) = \underline{\underline{3,86 \cdot 10^{-33} \text{ Js}}} \quad \underline{\underline{6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \approx \text{Lit.-Wert}}}$$

Der Fehler zum Literaturwert beträgt 580% ca. 10%

Fehleranalyse: Die enorme Abweichung rührt wahrscheinlich daher, dass die Ungenauigkeit beim Ablesen des $\lambda_{\min}$ -Wertes von den Graphen zu groß ist. Um diesen Fehler das nächste mal zu minimieren sollte man die Empfindlichkeit des Y-Achsen-Schreibers höher stellen, damit das Wellenlängenminimum eindeutiger zu bestimmen ist.

5 Skizze des Spektrums:

25 kV



Das Spektrum des neuen Kristalls ist, im Vergleich zum LiF-Kristalls, zu kleineren Winkeln verschoben, man kann sogar weitere K_1 - und K_2 -Linien (bei 28° bzw. $25,25^\circ$) erkennen. Laut Bragg-Gleichung sind diese Peaks ein Resultat aus den Interferenzen höherer Ordnung ($n=2$). Beim LiF-Kristall liegen diese K_2 -Linien über 45° (bei genauerer Betrachtung kann man erkennen, dass bei den LiF-Kristallspektren kurz vor 45° ein neuer Peak beginnt.)

Wenn man die Bragg-Gleichung umformt und die Beziehung von „d“ (Netzabstand im Kristall) und dem Winkel „ θ “ darstellt:

$$2d \cdot \sin(\theta) = n \cdot \lambda \quad | : \sin(\theta)$$

$$2d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin(\theta)}$$

$$d = \frac{1}{\sin(\theta)}$$

kann man daraus lesen, dass der neue Abstand im Kristall größer sein muss, als im LiF-Kristall, da der Abstand „d“ und der Sinus vom Winkel „ θ “ umgekehrt proportional sind (d.h. wenn der Abstand größer wird, muss der Winkel θ kleiner werden.)

Messwerte:

$$K_{\alpha 1}: \vartheta = 13,4^\circ$$

$$K_{\beta 1}: \vartheta = 12,05^\circ$$

$$K_{\alpha 2}: \vartheta = 28^\circ$$

$$K_{\beta 2}: \vartheta = 25,25^\circ$$

Formeln & Konstanten:

$$d = \frac{n \cdot h \cdot c}{2 E \cdot \sin(\vartheta)}$$

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = 8028 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Auswertung:

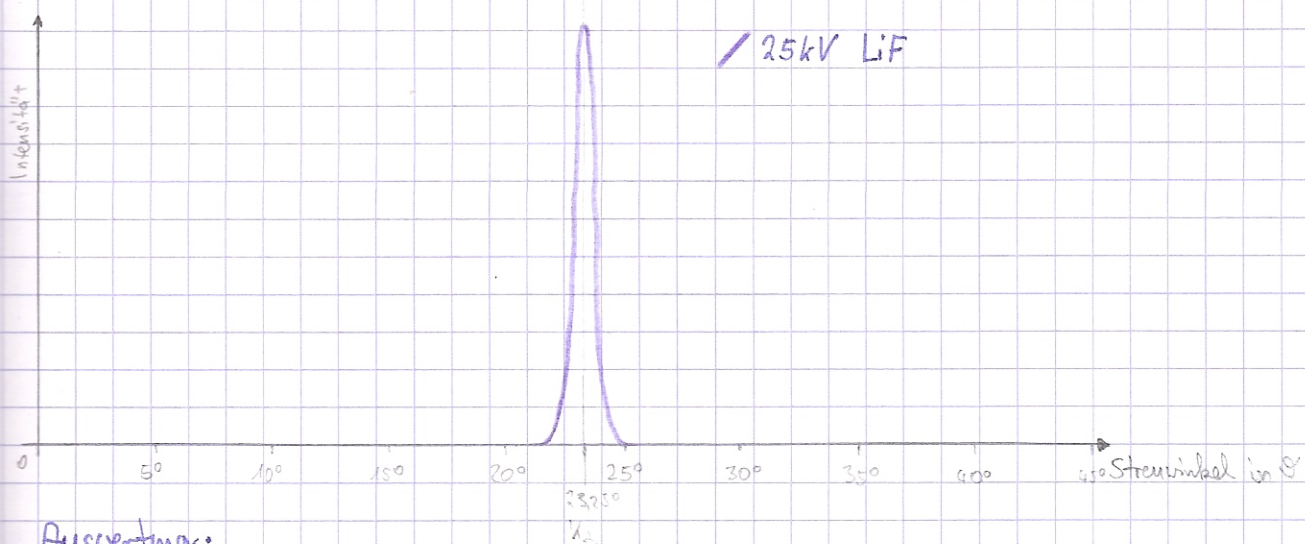
Netzabstand:

$$K_{\alpha 1}: d = \frac{1 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot (8028 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) \cdot \sin(13,4^\circ)} = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad (333 \text{ pm})$$

$$K_{\alpha 2}: d = \frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2 \cdot (8028 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) \sin(28^\circ)} = 3,29 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad (329 \text{ pm})$$

Die Rechnungen von $K_{\alpha 1}$ und $K_{\alpha 2}$ zeigen, dass der Netzabstand des Kristalls ca. 331 pm beträgt.

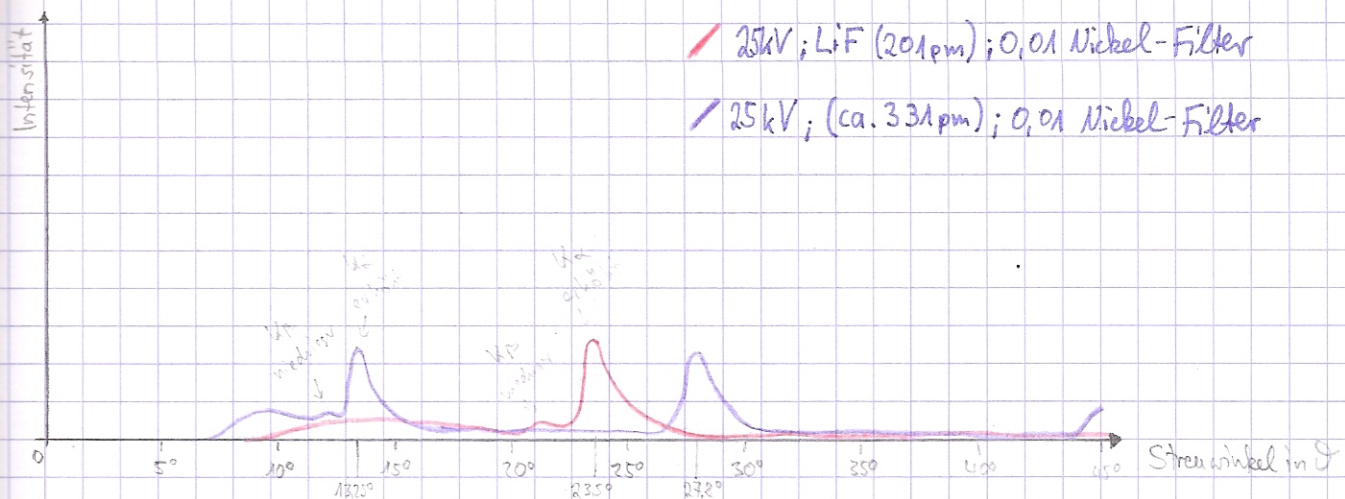
6.1 Skizze des Spektrums:



Auswertung:

Man kann anhand der Skizze erkennen, dass es nur noch einen deutlichen Peak an der K_{α} -Linie gibt ($\theta = 23.25^\circ$). Es wird bei dem stillstehenden Kristall nur noch dieser eine energetische Bereich gestreut. Die restlichen Spektralbereiche interferieren nicht konstruktiv durch den Kristall.

6.2 Skizze der ~~zwei~~ Spektren:



Auswertung:

Nachdem die Blende durch den Nickel-Filter ersetzt wurde, sind die beiden Spektren der verschiedenen Kristalle viel Intensitätsärmer. Die K_{α} -Peaks beider Kristalle sind an den vorherigen Positionen (Winkeln) zu finden. Für den K_{α} -Peak bei $d = 201 \text{ pm}$ wurde eine Energie von 7,74 keV gemessen. Dieser Wert liegt in der Größenordnung von der Ionisierungsenergie von Nickel (8,33 keV), der

die Strahlung absorbiert und sie in beliebige Richtungen streut, so dass der Peak kleiner wird. Bei einer Energie von 8,33 keV würden die Peaks verschwinden.

7 Messwerte:

LiF, 201pm
23,5° = 0
25kV

d_{Al} in mm	Impulse pro 60s	Impulse pro sek	Impulse pro $\frac{sek}{10}$	partielle Steigung Δ
0,02	3587	60	6,0	0,35
0,04	3391	56,5	5,65	
0,06	2746	46	4,6	1,05
0,08	2311	38,5	3,85	0,75
0,1	2382	39,7	3,97	0,12

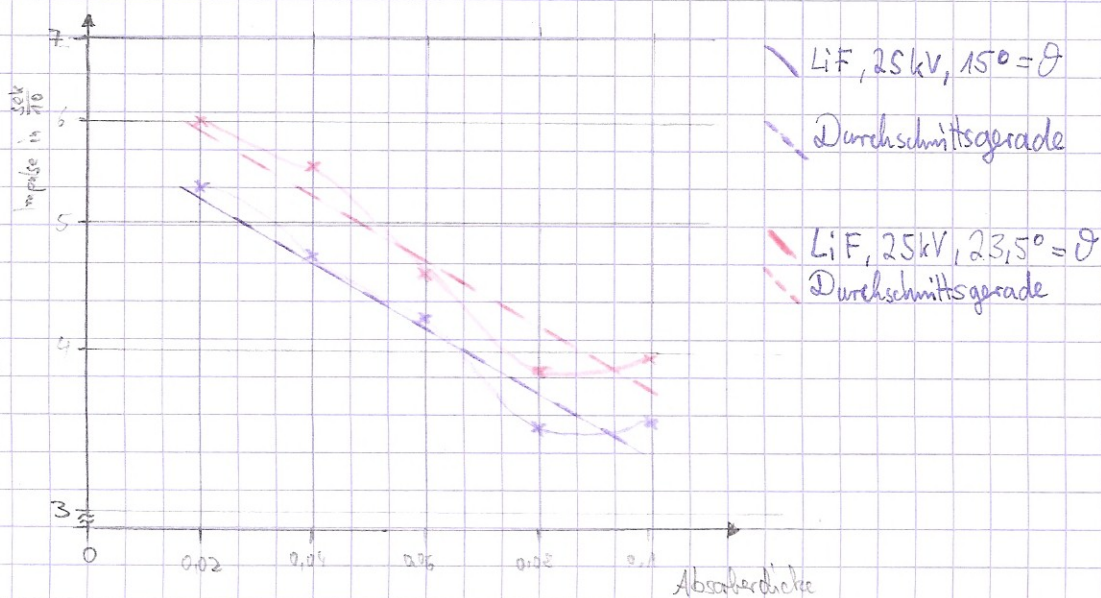
Steigungsschnitt Δ : 0,5675

LiF, 201pm
15° = 0
25kV

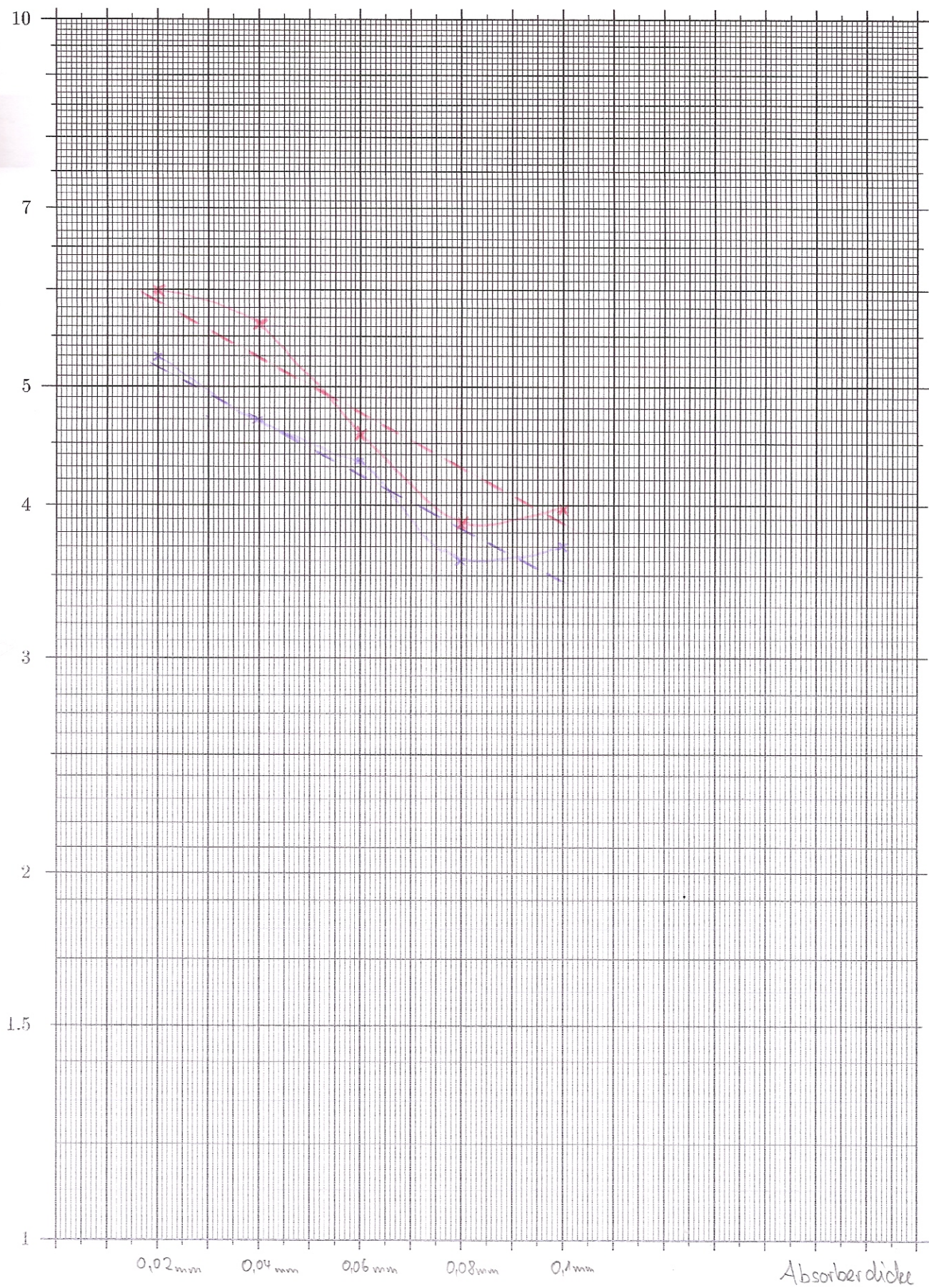
d_{Al} in mm	Impulse pro 60s	Impulse pro sek	Impulse pro $\frac{sek}{10}$	partielle Steigung Δ
0,02	3157	53	5,3	0,6
0,04	2826	47	4,7	
0,06	2614	43,5	4,35	0,35
0,08	2170	36	3,6	0,75
0,1	2214	37	3,7	0,1

Steigungsschnitt Δ : 0,45

Skizze:



Impulse in $\frac{\text{sek}}{10}$



$\theta = 23.5^\circ$

$\theta = 15^\circ$

Auswertung:

$$\text{Steigung bei } 23,5^\circ (\text{Impulse/sek}) = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{|-5,68|}{10,02} = \underline{\underline{284}}$$

$$\text{Steigung bei } 15^\circ (\text{Impulse/sek}) = \frac{|\Delta y|}{|\Delta x|} = \frac{|-4,5|}{10,02} = \underline{\underline{225}}$$

$$d_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\mu}$$

Wenn man für μ die Steigungen einsetzt bekommt man die Halbwertsdicken.

$$d_{\frac{1}{2}, 23,5^\circ} = 0,0024 \text{ mm } (2,44 \mu\text{m})$$

$$d_{\frac{1}{2}, 15^\circ} = 0,0031 \text{ mm } (3,1 \mu\text{m})$$

Die Halbwertsdicke bei 15° Streuwinkel (ϑ) ist $\sim 8\%$ größer, als bei $23,5^\circ$. Die Energieintensität der Röntgenstrahlung bei $23,5^\circ$ (K_α -Stelle) ist höher als bei 15° . Die Ergebnisse der bestätigen, dass hochenergetischere Röntgenstrahlen sich schwerer abschirmen lassen, als welche mit niedrigerer Energie.

Ergänzung zu ④

- Siehe Seite 4 -

Formeln & Konstanten:

Bragge'sche Gleichung:

$$c = 83 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$\lambda = 2d \cdot \sin(\vartheta) \cdot n^{-1}$$

Maximale Frequenz:

$$f_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\min}}$$

Messwerte:

$\lambda_{\min}$ bei 13 kV beim Winkel $\vartheta = 14,95^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 16 kV beim Winkel $\vartheta = 11,7^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 19 kV beim Winkel $\vartheta = 9,99^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 22 kV beim Winkel $\vartheta = 8,65^\circ$

$\lambda_{\min}$ bei 25 kV beim Winkel $\vartheta = 7,9^\circ$

Auswertung:

$$\lambda_{13\text{kV}} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(14,95^\circ) \cdot 1^{-1} = \underline{\underline{1,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}}} \quad (104 \text{ pm})$$

$$\lambda_{16\text{kV}} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(11,7^\circ) \cdot 1^{-1} = \underline{\underline{8,15 \cdot 10^{-11} \text{ m}}} \quad (81,5 \text{ pm})$$

$$\lambda_{19\text{kV}} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(9,99^\circ) \cdot 1^{-1} = \underline{\underline{6,97 \cdot 10^{-11} \text{ m}}} \quad (69,7 \text{ pm})$$

$$\lambda_{22\text{kV}} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(8,65^\circ) \cdot 1^{-1} = \underline{\underline{6,05 \cdot 10^{-11} \text{ m}}} \quad (60,5 \text{ pm})$$

$$\lambda_{25\text{kV}} = 2 \cdot 201 \cdot 10^{-12} \text{ m} \cdot \sin(7,9^\circ) \cdot 1^{-1} = \underline{\underline{5,53 \cdot 10^{-11} \text{ m}}} \quad (55,3 \text{ pm})$$

partielle Steigung Δ

$$f_{\max, 13\text{keV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1,04 \cdot 10^{-10} \text{ m}} = \underline{\underline{2,88 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

0,8

$$f_{\max, 16\text{keV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{8,15 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{3,68 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

0,62

$$f_{\max, 19\text{keV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6,97 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{4,30 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

0,66

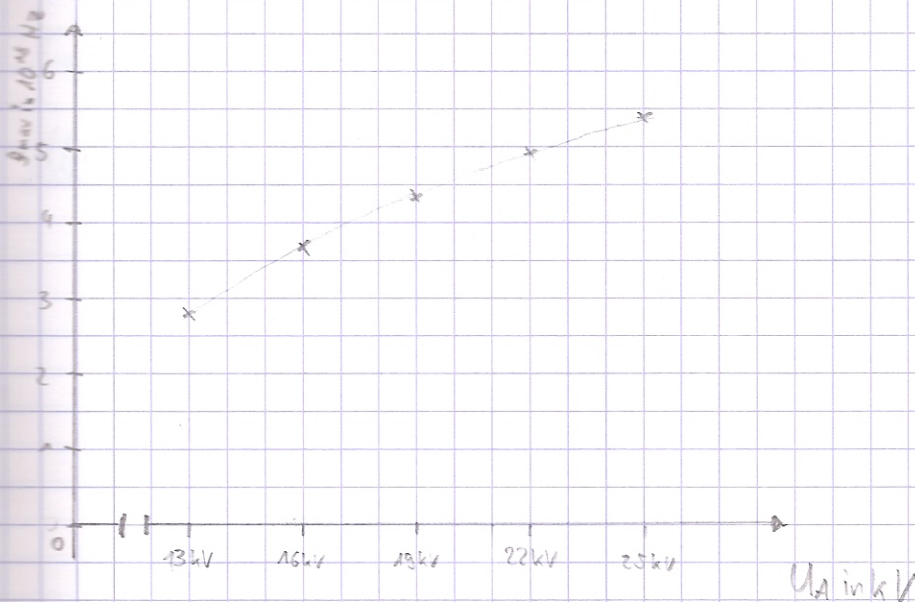
$$f_{\max, 22\text{keV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6,05 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{4,96 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

0,46

$$f_{\max, 25\text{keV}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{5,53 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = \underline{\underline{5,42 \cdot 10^{18} \text{ s}^{-1}}}$$

Steigung im Schnitt: $\bar{\Delta} = 0,64$

Graphische Darstellung $f_{\max} = f_{\max}(U_A)$



Physikalisches Praktikum
Universität Hannover
13. Nov. 2008
Meier

Aus der Steigung der Geraden ($4,6875 \cdot 10^{15} \text{ Hz/skeV}$) kann nun mit $f_{\max} \cdot U_A \cdot e^{-1} = h^{-1}$ die Planck'sche Konstante „ h “ bestimmt werden.

$$h = (4,6875 \cdot 10^{15}) \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js}) = \underline{\underline{7,5 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}}$$

Der Fehler zum Literaturwert liegt bei $\sim 7\%$